

# 14

## Gráficas de funciones

Designar puntos del plano mediante dos números (*coordenadas*) permitió tratar la geometría con herramientas aritméticas y algebraicas, lo que simplificó mucho el trabajo de los matemáticos.



**E**n el juego de los barquitos, cada casilla del tablero se designa por la fila y la columna en la que se encuentran.

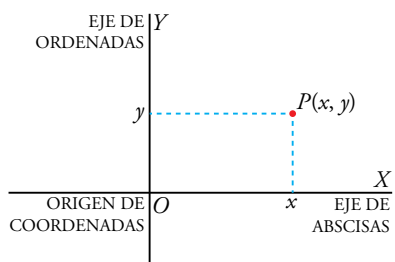
En el ajedrez, cada movimiento se anota indicando la casilla de partida y la de llegada. Y esas casillas se designan, también, mediante la fila y la columna que ocupan.

Fue el filósofo y matemático francés **René Descartes** quien tuvo la genial idea de utilizar un método similar a los anteriores para nombrar cada punto del plano mediante dos números, conocidos como sus **coordenadas cartesianas**. ¿Y por qué este nombre? Porque Descartes firmaba en latín: *Cartesius*.

Nombre y apellidos: ..... Fecha: .....

© Grupo Anaya, S. A. Material fotocopiable autorizado.

# 1 Coordenadas cartesianas

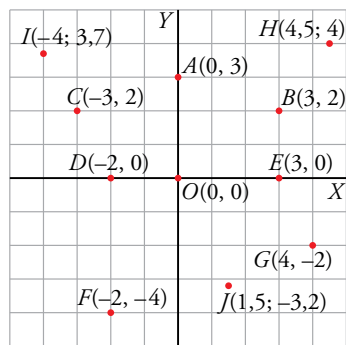


En un sistema de ejes cartesianos:

- El eje horizontal se llama eje  $X$  o **eje de abscisas**.
- El eje vertical se llama eje  $Y$  o **eje de ordenadas**.
- El punto  $O$ , donde se cortan los dos ejes, es el **origen de coordenadas**.

Cada punto del plano se designa por sus dos coordenadas:

- La primera coordenada se llama “ $x$  del punto” o **abscisa**.
- La segunda coordenada se llama “ $y$  del punto” u **ordenada**.



- Las coordenadas del **origen de coordenadas** son  $(0, 0) \rightarrow O(0, 0)$ .
- Los **puntos que están en el eje  $Y$**  tienen su abscisa igual a 0:  $A(0, 3)$ .  
Los puntos que están a la derecha del eje  $Y$  tienen su abscisa positiva,  $B(3, 2)$ , y los que están a la izquierda tienen su abscisa negativa,  $C(-3, 2)$ .
- La ordenada de los **puntos que están en el eje  $X$**  es 0:  $D(-2, 0)$ ,  $E(3, 0)$ .  
Los puntos que están por encima del eje  $X$  tienen su ordenada positiva,  $C(-3, 2)$ , y los que están por debajo del eje  $X$  tienen su ordenada negativa,  $G(4, -2)$ .

De igual forma que sobre la recta numérica, se pueden representar sobre los ejes cartesianos puntos con coordenadas decimales o fraccionarias:

$$H(4,5; 4) \quad I(-4; 3,7) \quad J(1,5; -3,2)$$

Para no confundirnos con la coma decimal, cuando una o las dos coordenadas son números decimales las separamos mediante un punto y coma “;”.

Las coordenadas no enteras pueden ponerse con fracciones. Por ejemplo:

$$H(4,5; 4) \rightarrow H\left(\frac{9}{2}, 4\right) \quad J(1,5; -3,2) \rightarrow J\left(\frac{3}{2}, -\frac{16}{5}\right)$$

**En la web**

Averigua el punto marcado en unos ejes cartesianos.

**Piensa y practica**

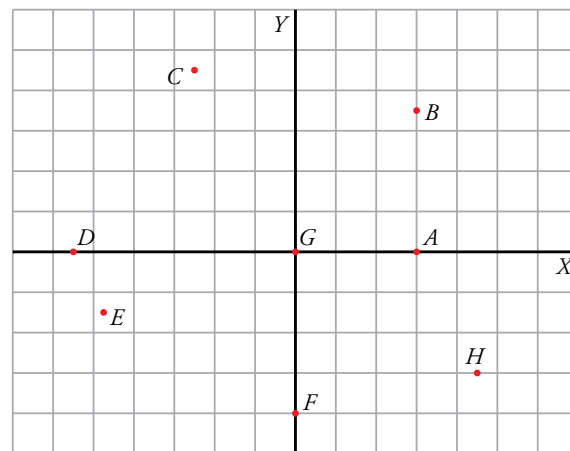
- a) Representa los puntos  $A(3, 5)$ ,  $B(2, 1)$  y  $C(5, 2)$ .

b) Halla los simétricos,  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ , de  $A$ ,  $B$  y  $C$ , respecto del eje  $X$  y compara sus coordenadas.  
Completa: “Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del eje  $X$  son ... y sus ordenadas son ...”.

c) Halla los simétricos  $A''$ ,  $B''$  y  $C''$ , de  $A$ ,  $B$  y  $C$ , respecto del eje  $Y$  y compara sus coordenadas.  
Completa: “Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del eje  $Y$  son ... y sus ordenadas son ...”.

d) Halla los simétricos  $A'''$ ,  $B'''$  y  $C'''$ , de  $A$ ,  $B$  y  $C$ , respecto del origen de coordenadas,  $O$ , y compara sus coordenadas.  
Completa: “Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del origen de coordenadas,  $O$ , son ... y sus ordenadas son ...”.

- Indica las coordenadas de los puntos dibujados sobre el siguiente sistema de coordenadas:



Nombre y apellidos: ..... Fecha: .....

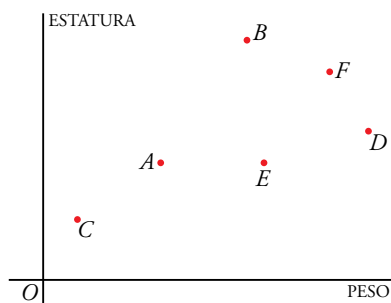
# 2 Puntos que transmiten información



Amalia y Basilio, que viajaban con su hijito Carlos, han estampado su coche en el gran turismo de don Dionisio. Todos ellos contemplan los desperfectos junto con Eustaquia, que pasaba por allí. Faustino, guardia municipal, acude al lugar de los hechos.

En el diagrama del margen se relacionan las estaturas y los pesos de los 6 personajes.

Observa bien: Basilio (*B*) es el más alto, pero muy delgado. Amalia (*A*) y Eustaquia (*E*) son de la misma estatura, pero esta última pesa mucho más. Faustino (*F*) es grande y fuerte. Don Dionisio (*D*), muy gordo y bajo. Y Carlitos (*C*), chiquitín.



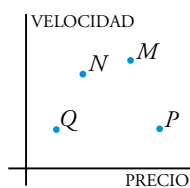
**En la web**  
Practica averiguando qué información proporcionan los puntos.

Para interpretar los puntos de un diagrama cartesiano en el que se refleja una situación real, es fundamental atender al significado de cada uno de los dos ejes coordenados.

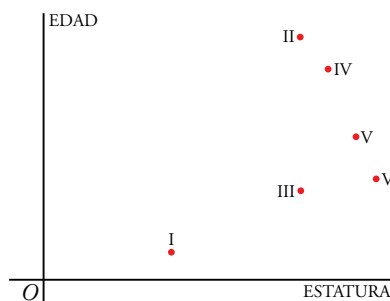
## Piensa y practica

- Las estaturas y los pesos de los seis personajes descritos arriba son, no respectivamente:  
Estaturas (cm): 195, 185, 160, 150, 150, 75  
Pesos (kg): 120, 92, 75, 70, 45, 12  
Asigna a cada punto sus coordenadas. Por ejemplo, Carlitos:  $C(12, 75)$ .

- Asigna un punto (*M*, *N*, *P* o *Q*) a cada uno de los vehículos siguientes:

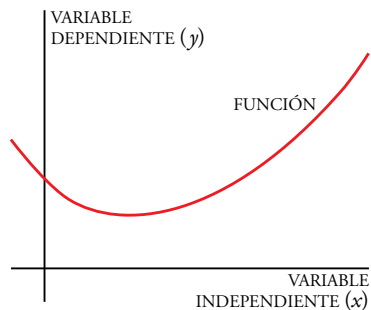


- El siguiente diagrama relaciona estaturas con edades. En él aparecen los puntos correspondientes a los seis personajes descritos arriba.



Cópialo en tu cuaderno y asigna a cada punto el personaje (*A*, *B*, *C*, *D*, *E* o *F*) al que corresponda.

# 3 Interpretación de gráficas



Las gráficas describen relaciones entre dos variables.

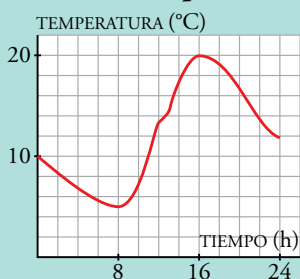
La variable que se representa en el eje horizontal se llama “variable  $x$ ” o “variable **independiente**”. La que se representa en el eje vertical, “variable  $y$ ” o “variable **dependiente**”.

La variable  $y$  **es función** de la variable  $x$ .

Para interpretar una gráfica, hemos de mirarla de izquierda a derecha, observando cómo varía la variable dependiente,  $y$ , al aumentar la variable independiente,  $x$ .

## Ejercicios resueltos

1. Esta gráfica muestra la temperatura en la estación meteorológica de una ciudad a lo largo de 24 horas. Describirla con palabras.



La variable  $x$  es el tiempo. Cada cuadradito corresponde a 2 horas.

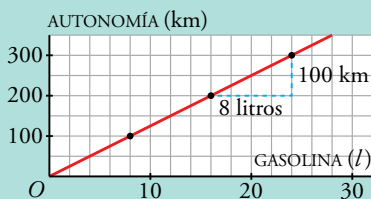
La variable  $y$  es la temperatura. Cada cuadradito representa 2 °C.

A las 0 horas (las 12 de la noche) el termómetro marca 10 °C. Como es de noche, va haciendo cada vez más frío y la temperatura acaba descendiendo hasta los 5 °C a las 8 de la mañana.

A partir de ese momento sale el Sol y la temperatura empieza a subir, ascendiendo rápidamente hasta las 12 h. En ese instante aparecen unas cuantas nubes en el cielo que provocan que ya no suba tan deprisa. A eso de las 13 h, y hasta las 16 h, de nuevo aumenta a mayor velocidad alcanzando los 20 °C.

El resto del día, como el Sol ya no calienta tanto, la temperatura no deja de descender, quedándose en 12 °C a las 24 h.

2. Describir esta función: distancia de autonomía de un vehículo en función de la gasolina que le queda.



La variable independiente,  $x$ , nos da los litros de gasolina que quedan en el depósito. Cada cuadradito son 2 litros.

La variable dependiente,  $y$ , nos da los kilómetros de autonomía que tiene el vehículo. Cada cuadradito son 50 km.

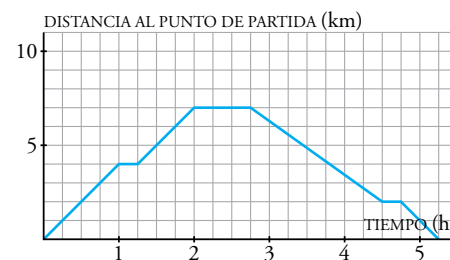
Por cada 8 litros (4 cuadraditos) tenemos 100 km (2 cuadraditos) de autonomía.

La recta correspondiente a la función pasa entonces por estos puntos:

(8, 100), (16, 200), (24, 300), ...

## Piensa y practica

1. Jimena hizo una ruta por la montaña mientras que Cayetana fue a dar un paseo por un hayedo. ¿Qué gráfica crees que corresponde a cada chica? ¿Por qué? Describe ambas gráficas.



© Grupo Anaya, S.A. Material fotocopiable autorizado.

Nombre y apellidos: ..... Fecha: .....

# 4 Comparación de gráficas

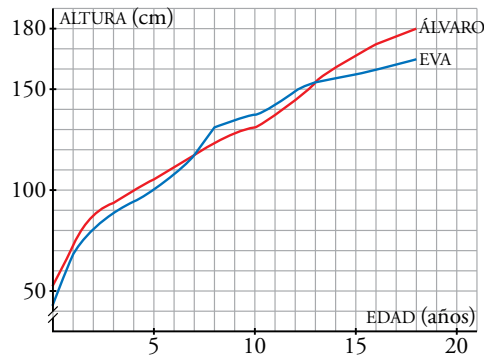
En la web

Practica comparando gráficas.

## Ejercicios resueltos

1. *Las alturas de Álvaro y Eva, dos hermanos mellizos, durante sus primeros 18 años de vida son las que ves representadas en la gráfica de la derecha. Compararlas.*

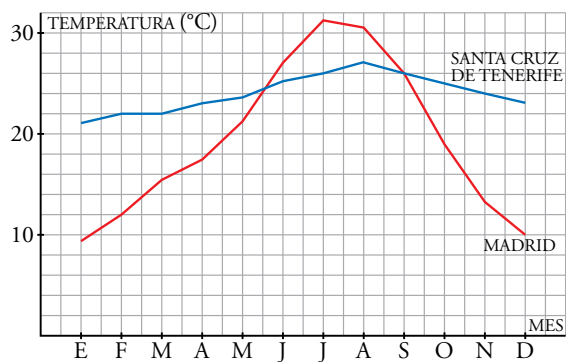
Álvaro nació con más estatura que Eva y durante el primer año casi fueron a la par. Después, Álvaro creció un poco más que Eva y mantuvo esa diferencia con ella hasta los 7 años, cuando medían lo mismo. Desde entonces, Eva, que se desarrolló antes, creció más que Álvaro. A los 13 años Álvaro dio el estirón y sus alturas volvieron a igualarse. A partir de esa edad, Álvaro siguió creciendo hasta medir 180 cm a los 18 años. Eva, por su parte, también siguió creciendo pero a un ritmo menor. A los 18 medía 165 cm.



2. *Comparar las dos gráficas de la derecha correspondientes a las medias mensuales de las temperaturas máximas de Madrid y Santa Cruz de Tenerife en un cierto año.*

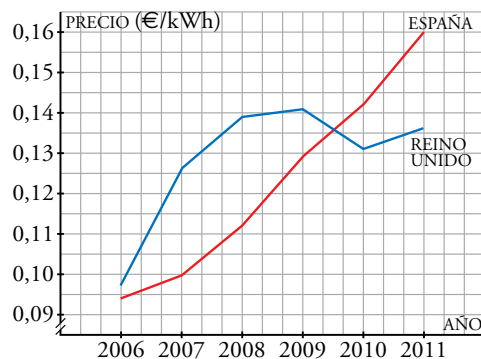
La temperatura de Santa Cruz de Tenerife empieza en 21 °C en enero, cuando en Madrid no llega a 10 °C. Las dos van subiendo (la de Madrid mucho más rápido) hasta que se igualan (24 °C) a mediados de mayo. La de Madrid alcanza su máximo en julio, con 31 °C, y la de Santa Cruz, en agosto, con 27 °C. Vuelven a igualarse en septiembre (26 °C). La de Santa Cruz baja a los 22 °C en diciembre y la de Madrid sufre un bajón muy grande. Acaba con unos 10 °C.

En definitiva, Madrid tiene temperaturas mucho más extremas (más frío en invierno y más calor en verano) que Santa Cruz, cuya temperatura media no varía mucho.



## Piensa y practica

1. Las gráficas de la derecha muestran la evolución del precio de la electricidad (en € por kWh) en España y en Reino Unido.
- ¿Entre qué fechas se comparan los precios?
  - ¿En qué año el precio español supera al del Reino Unido?
  - Descríbelos y compáralos fijándote en los puntos de corte.
  - Busca en internet los datos que te faltan para llegar al año actual y dibuja en tu cuaderno toda la evolución.



# Ejercicios y problemas

## Representación de puntos

- Representa los siguientes puntos:

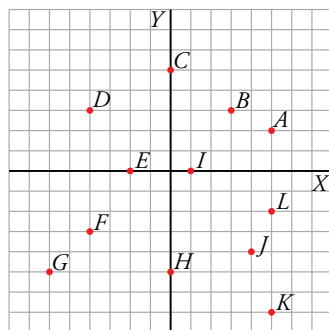
a)  $A(3, 2)$ ,  $B(5, 1)$ ,  $C(0, 2)$ ,  $D(5, 5)$ ,  $E(3, 0)$ .

b)  $A(-3, 5)$ ,  $B(0, -6)$ ,  $C(-1, -3)$ ,  $D(3, 4)$ ,  $E(5, -2)$ .

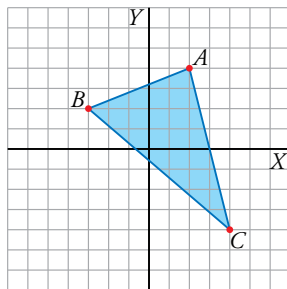
c)  $A(3; 0,5)$ ,  $B(2; -2,5)$ ,  $C(-4,5; 2)$ ,  $D(0; 3,5)$ ,  $E(-3,5; -4,5)$ .
- Dibuja en un papel cuadrulado la figura que se obtiene al unir cada punto con el siguiente:

$A(2, 1)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(3, 3)$ ,  $D(3, 5)$ ,  $E(6, 5)$ ,  $F(6, 3)$ ,  $G(7, 3)$ ,  $H(7, 1)$ ,  $I(5, 1)$ ,  $J(5, 2)$ ,  $K(4,5; 3)$ ,  $L(4, 2)$ ,  $M(4, 1)$ ,  $A(2, 1)$

- Escribe las coordenadas de los siguientes puntos:



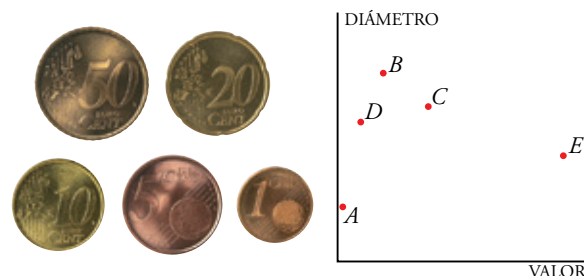
- Escribe las coordenadas de los vértices de este triángulo:



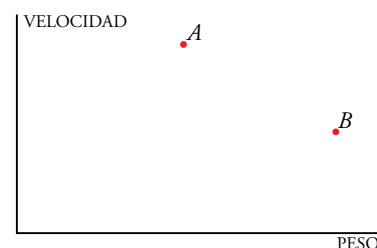
- Representa el triángulo de vértices  $A'$ ,  $B'$  y  $C'$  simétricos a  $A$ ,  $B$  y  $C$  con respecto al eje  $X$  y escribe las coordenadas de cada uno.
  - Haz lo mismo que en el apartado anterior pero con respecto al eje  $Y$ .
- Traza unos ejes sobre una cuadrícula y dibuja los puntos  $A(3, 2)$ ,  $B(-1, 3)$  y  $C(-3, -3)$ .  
Calcula las coordenadas del punto  $D$  que haga que  $ABCD$  sea un paralelogramo. Observa que hay tres posibles soluciones,  $D$ ,  $D'$  y  $D''$ . Halla todas ellas.

## Información mediante puntos

- En dos de los puntos que representan estas monedas están intercambiadas sus ordenadas. Averigua cuáles son y colócalos donde corresponda.

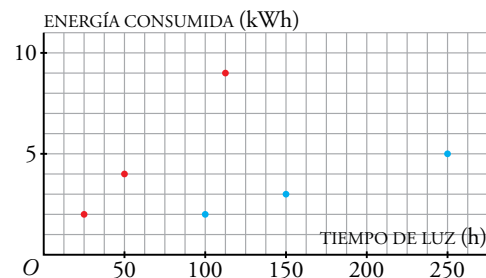


- Los puntos  $A$  y  $B$  representan dos perros: uno de Sergio y otro de María Jesús. Di cuál es de cada uno sabiendo que el perro de María Jesús es un galgo y el de Sergio un mastín.



Sitúa sobre el diagrama un punto,  $C$ , que represente el de Richard, un perro salchicha que corre poco y pesa un poco más que el galgo. Y otro punto,  $D$ , para el de Virginia, un caniche que casi no corre y es muy pequeño.

- En el diagrama se relacionan dos magnitudes: el tiempo que ha estado encendida una bombilla (en horas) y la energía consumida (en kilovatios hora). Hay unos puntos sobre una recta y otros que están sobre otra. Halla las coordenadas de dos puntos más de cada recta y determina cuál corresponde a una bombilla de bajo consumo y cuál a una normal.



Nombre y apellidos: ..... Fecha: .....

# Ejercicios y problemas

## Representación de funciones lineales

9. Representa sobre unos ejes coordenados la recta de ecuación  $y = x + 2$ . Para ello, completa la siguiente tabla:

x	-3	-2	-1	0	1	2
y						

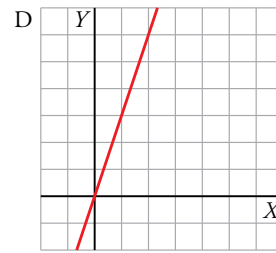
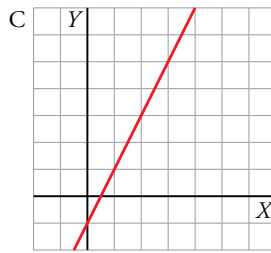
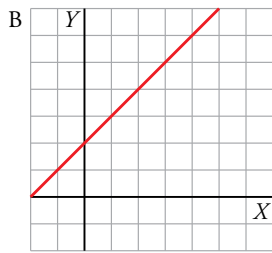
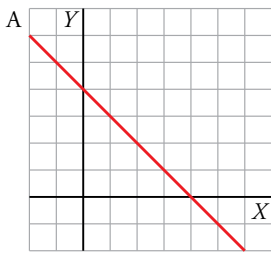
10. Asocia cada una de estas ecuaciones de rectas con su correspondiente gráfica:

i)  $y = x + 2$

ii)  $y = 4 - x$

iii)  $y = 3x$

iv)  $y = 2x - 1$



11. ¿Cuáles de las siguientes funciones son de proporcionalidad?

a) Precio (en €) de una bolsa de arroz en función de su peso (en kg).

b) Velocidad (en km/h) a la que llega al suelo una piedra en función de la altura (en m) desde donde se deja caer.

c) El alquiler de una bicicleta cuesta una cierta cantidad inicial más otra cantidad por cada hora que se utiliza.

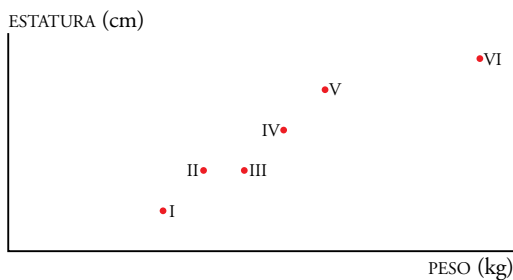
d) Peso (en kg) de una persona en función de su altura (en cm).

## Autoevaluación

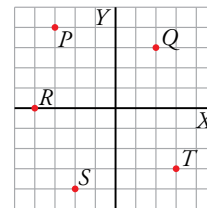
1. Representa en unos ejes coordenados los puntos siguientes:

$A(0,5; -2)$ ,  $B(-3, 1)$ ,  $C(1/2, 2)$ ,  $D(-2, -2)$

2. Asigna un punto a cada uno de estos personajes:



3. Escribe las coordenadas de los puntos  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  y  $T$  representados en estos ejes:



4. Las siguientes gráficas muestran la altura sobre el nivel de la playa de tres amigos a lo largo de diez minutos: Raúl el kite-surfista (surf con parapente), Esther la surfista y Sonia la que bucea con tubo. Di qué gráfica corresponde a cada uno y cuenta en breves palabras lo que hicieron. Representa en tu cuaderno la gráfica de Ángel el nadador.

